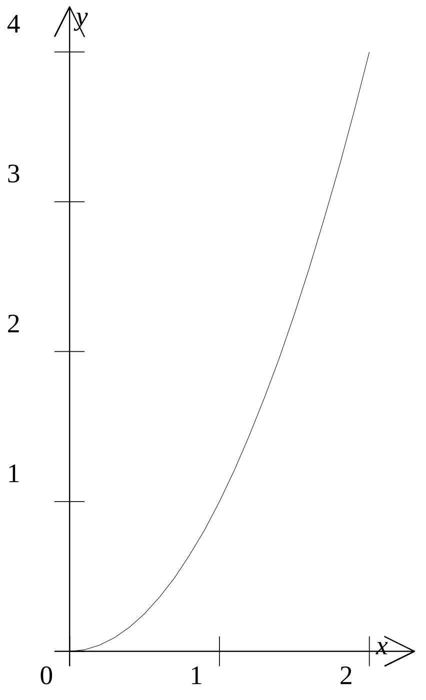
ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

I) :GRAPHIQUEMENT

A) Variation d'une fonction :

Soit f, une fonction définie sur un intervalle I

- On dit que f est une fonction strictement croissante sur I si lorsque x augmente, alors f(x) augmente.

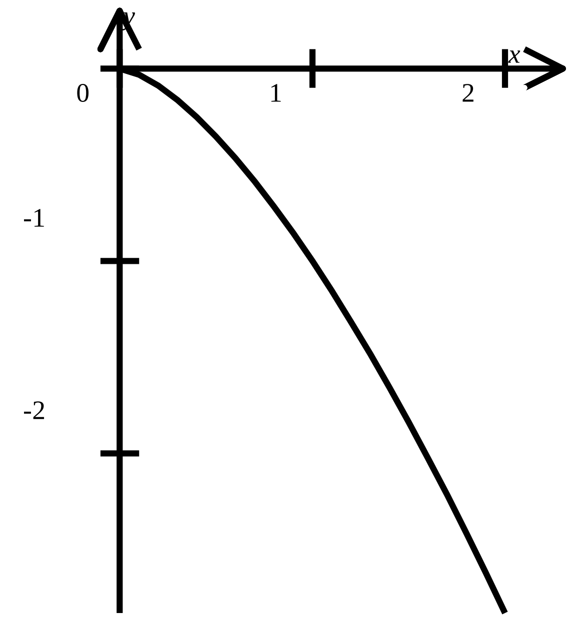


Donc, lorsque l'on regarde dans le sens de lecture (de gauche à droite), la courbe d'une fonction croissante «monte» .

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

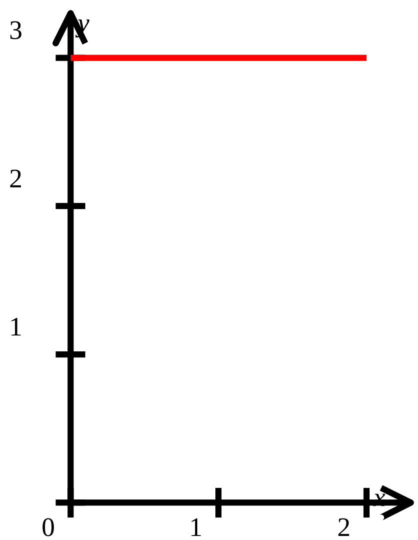
- On dit que f est une fonction strictement décroissante sur I si lorsque x augmente, alors f(x) diminue.

Donc, lorsque l'on regarde dans le sens de lecture (de gauche à droite), la courbe d'une fonction décroissante «descend» .



ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

- Lorsque sur un intervalle, la courbe de f est horizontale, on dit que la fonction f est constante.



- Une fonction qui ne change pas de sens de variation sur un intervalle est dite monotone sur cet intervalle.

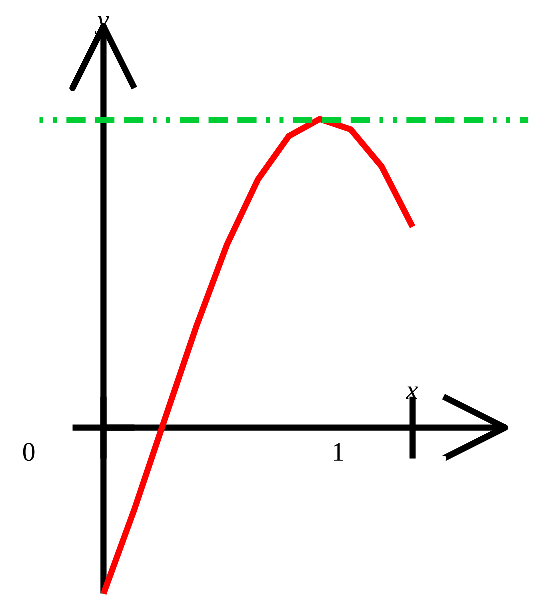
ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

B) Extremum d'une fonction

Pour une fonction, un extremum est soit un maximum, soit un minimum.

- Le maximum d'une fonction f sur un intervalle I est la plus grande valeur d'image prise par f(x) pour x ∈I

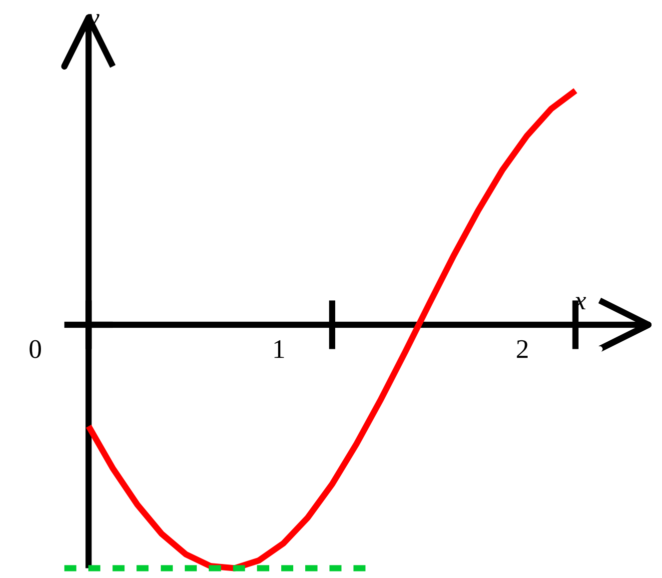
Graphiquement, c'est l'ordonnée du point le plus « haut » de la courbe de f sur I.



ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

- Le minimum d'une fonction f sur un intervalle I est la plus petite valeur d'image prise par f(x) pour x ∈I.

Graphiquement, c'est l'ordonnée du point le plus « bas » de la courbe de f sur I.



ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

II) :<u>TABLEAU DE VARIATION :</u>

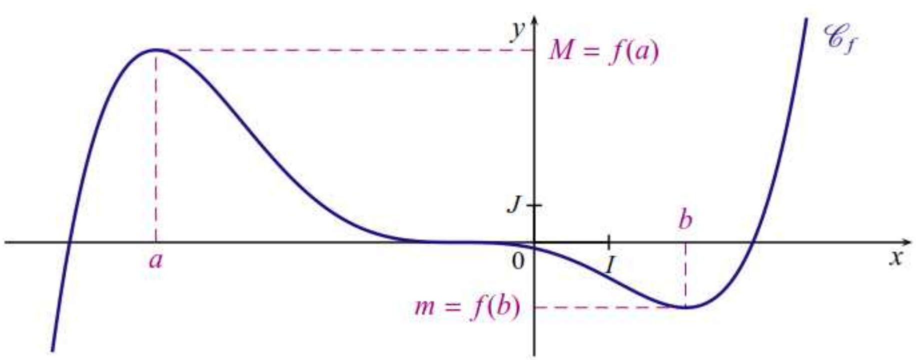
- Pour étudier les variations d'une fonction f, définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, on détermine les intervalles inclus dans I sur lesquels la fonction f est strictement croissante, décroissante ou constante.

- On résume les résultats de cette étude dans un tableau appelé tableau de variation de f.

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

Construction :

- Sur la première ligne, l'ensemble de définition avec les abscisses remarquables

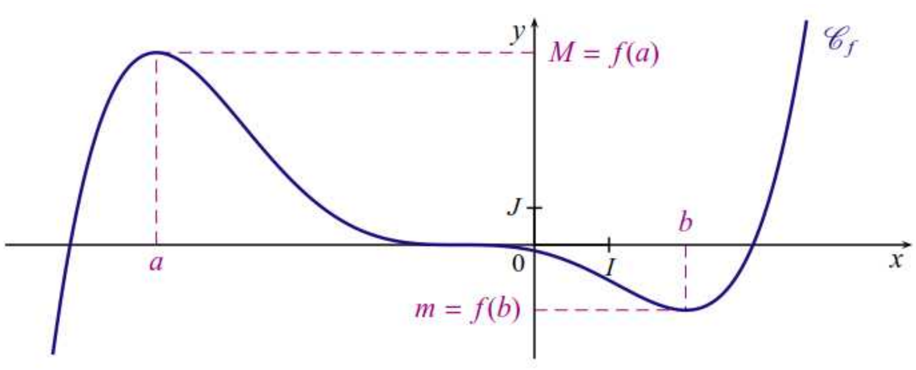


x	$-\infty$	a	b	$+\infty$
$f(x)$				

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

Construction :

- Sur la première ligne, l'ensemble de définition avec les abscisses remarquables
- Sur la deuxième ligne, une flèche montante sur le(s) intervalle(s) où la fonction est strictement croissante, et une descendante où elle est strictement décroissante



x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f(x)$		↗	M	↘	m	↗	

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

- A chaque extrémité des on rajoute les images des x correspondants, lorsque l'on peut les calculer.
- Ponctuellement, on précise les valeurs interdites par une double barre verticale.
- Parfois, on rajoute des valeurs intermédiaires, pour rassembler toutes les informations dans un seul tableau.

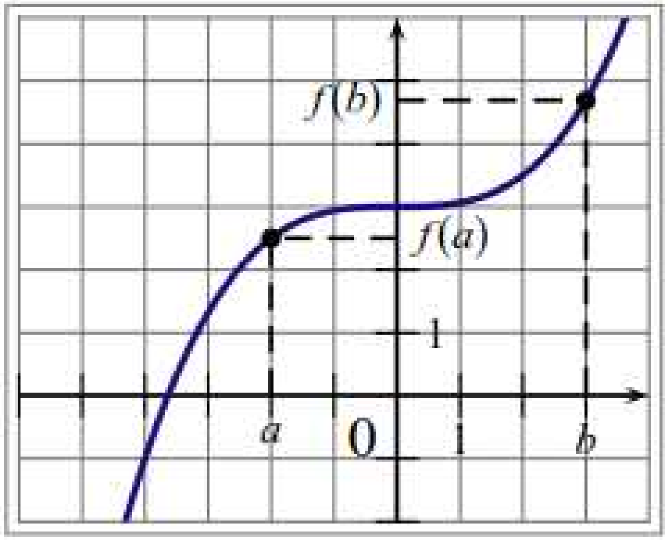
ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

III) ALGÉBRIQUEMENT :

A) Variation d'une fonction :

- Si une fonction f est **strictement croissante** sur un intervalle I, alors, pour tous réels a et b de I, on a :

  Si a<b alors f(a)<f(b)

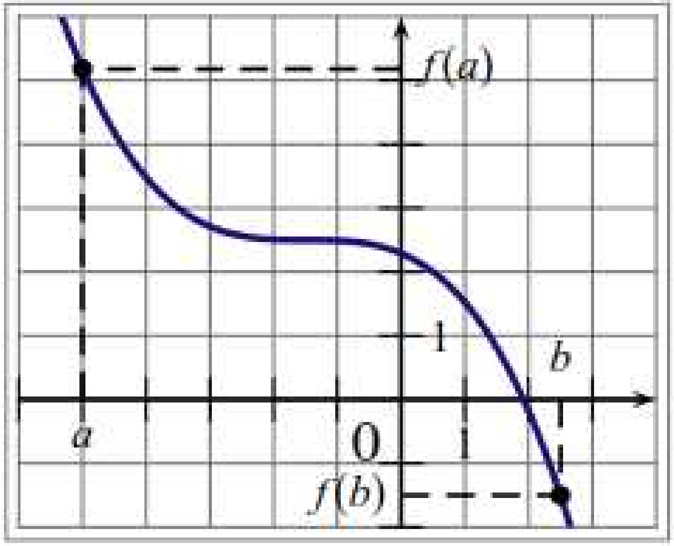


On dit que la fonction f **conserve l'ordre.**

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

- Si une fonction f est **strictement décroissante** sur un intervalle I, alors, pour tous réels a et b de I, on a :

  Si a<b alors f(a)>f(b)

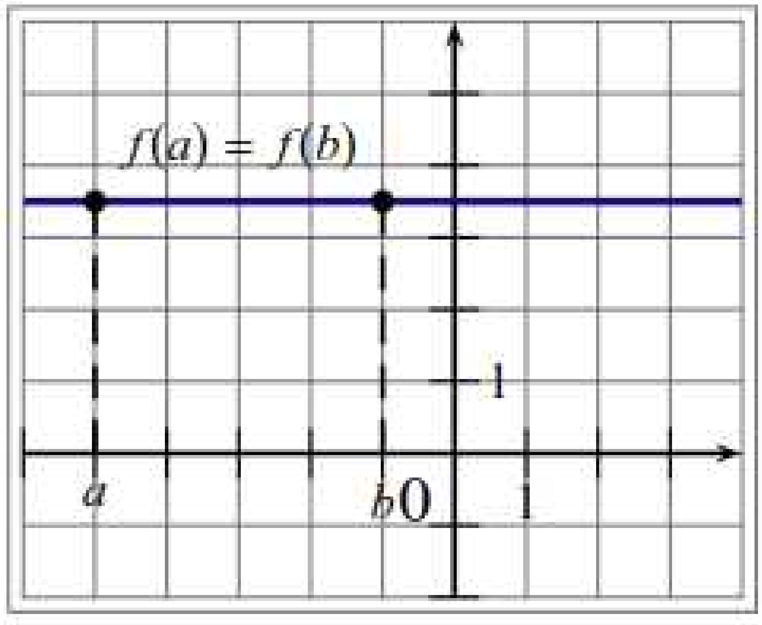


On dit que la fonction f **change l'ordre**.

ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

- Si une fonction f est **constante** sur un intervalle I, alors, pour tous réels a et b de I, on a un réel k tel que :

$$f(a)=f(b)=k$$



ÉTUDE QUALITATIVE D'UNE FONCTION

B) Extremum d'une fonction

- Soit f, une fonction définie sur un intervalle I. Le maximum M de f sur I est la plus grande valeur atteinte par f(x).

Pour tout x de I, $f(x) \leq M$

- Le minimum m de f sur I est la plus petite valeur atteinte par l'image f(x).

Pour tout x de I, $f(x) \geq m$