ENSEMBLES DE NOMBRES

I) LES DIFFÉRENTS NOMBRES :

LES NOMBRES ENTIERS NATURELS : $\mathbb{N}$

Définition :

L'ensemble des entiers naturels, noté $\mathbb{N}$ = {0; 1; 2; 3; 4; ...} est l'ensemble des nombres positifs qui permettent de compter quelque chose.
On note $\mathbb{N}*$ ou $\mathbb{N}\backslash$ {0} l'ensemble des entiers naturels non nuls.

Rappels :

⚠ Les signes $\in$ et $\notin$ signifient respectivement appartient à et n'appartient pas à.

⚠ Si, pour deux nombres entiers naturels a et b, on a $a = q \times b$, alors on dit que a est un multiple de b ou que b divise a ou que b est un diviseur de a.

⚠ un entier naturel supérieur ou égal à 2 est un nombre premier si ses seuls diviseurs sont 1 et lui même.

LES NOMBRES ENTIERS RELATIFS $\mathbb{Z}$:

Définition :

l'ensemble des nombres entiers relatifs, noté $\mathbb{Z}$={... ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ...} est l'ensemble des entiers naturels plus leurs opposés. L'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ et on note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Remarques :

⚠ Si a $\in \mathbb{N}$ alors a $\in \mathbb{Z}$ et -a $\in \mathbb{Z}$ mais on ne peut pas affirmer que si a $\in \mathbb{Z}$ et -a $\in \mathbb{Z}$, alors a $\in \mathbb{N}$.

$-1 \in \mathbb{Z}$ *et* $-(-1) = 1 \in \mathbb{Z}$
mais $-1 \notin \mathbb{N}$

LES NOMBRES DÉCIMAUX : $\mathbb{D}$

Définition :

l'ensemble des nombres décimaux est $\mathbb{D}$ avec $\mathbb{D}=\left\{\frac{n}{10^k} \text{ où } n\in\mathbb{Z} \text{ et } k\in\mathbb{N}\right\}$. Ce sont les nombres dont l'écriture décimale a un nombre fini de chiffres après la virgule.

$0{,}333\in\mathbb{D}$ mais $\frac{1}{3}\notin\mathbb{D}$

de même

$3{,}1416\in\mathbb{D}$ mais $\pi\notin\mathbb{D}$

LES NOMBRES RATIONNELS : $\mathbb{Q}$

Définition :

l'ensemble des nombres rationnels est $\mathbb{Q}$ tel que $\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b} \text{ où } a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in\mathbb{Z}^*\right\}$. Ce sont les nombres qui peuvent s'écrire comme le quotient d'un entier par un entier non nul.

$0{,}5\in\mathbb{Q}$; $-\frac{1}{3}\in\mathbb{Q}$; $\frac{22}{7}\in\mathbb{Q}$; $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$; $\pi\notin\mathbb{Q}$

Remarques :

⚠ La partie décimale d'un nombre rationnel est infinie et périodique à partir d'un certain rang.

LES NOMBRES RÉELS : $\mathbb{R}$

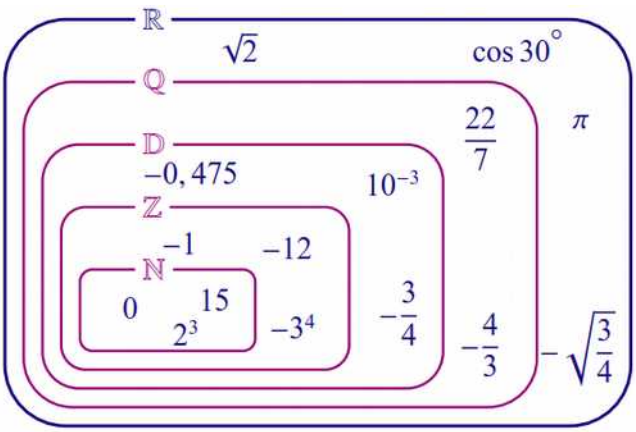
Certains nombres ne peuvent pas être dans l'ensemble des rationnels par exemple $\sqrt{2}$ ou π, ce sont les irrationels.

Définition :

L'ensemble de tous les nombres : entiers, décimaux, rationnels et irrationnels est l'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.

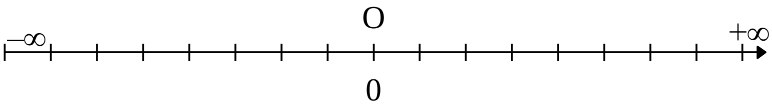
Inclusions :

On a donc $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$.



II) INTERVALLES ET INÉQUATIONS :

L'ensemble des nombres réels peut être représenté par une droite graduée orientée.



Remarques :

$+\infty$ se lit « + l'infini » et $-\infty$ se lit « - l'infini »

$]-\infty\,;+\infty[= \mathbb{R}$; $[0\,;+\infty[= \mathbb{R}^+$; $]-\infty;0] = \mathbb{R}^-$;

Intervalles :

Soient $a < b$, deux nombres réels,

L'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x \leq b$ est l'intervalle $[a;b]$

L'ensemble des nombres réels x tels que $a < x < b$ est l'intervalle $]a;b[$

L'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x < b$ est l'intervalle $[a;b[$

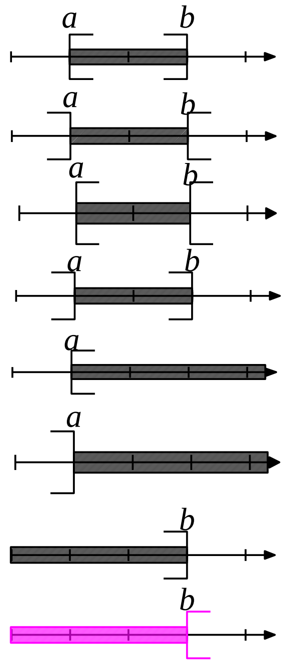
L'ensemble des nombres réels x tels que $a < x \leq b$ est l'intervalle $]a;b]$

L'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x$ est l'intervalle $[a;+\infty[$

L'ensemble des nombres réels x tels que $a < x$ est l'intervalle $]a;+\infty[$

L'ensemble des nombres réels x tels que $x \leq b$ est l'intervalle $]-\infty;b]$

L'ensemble des nombres réels x tels que $x < b$ est l'intervalle $]-\infty;b[$



Intersections et réunion d'intervalles :

Définition :

Soient I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$,

L'intersection des intervalles I et J est notée $I \cap J$. C'est l'ensemble des réels qui appartiennent aux deux intervalles en même temps.

$x \in I \cap J$ si $x \in I$ **et** $x \in J$

$x \in I \cap J$ se lit x appartient à I inter J

La réunion des intervalles I et J est notée $I \cup J$. C'est l'ensemble des réels qui appartiennent à au moins l'un des deux intervalles.

$x \in I \cup J$ si $x \in I$ **ou** $x \in J$

$x \in I \cup J$ se lit x appartient à I union J